Wiris

Introducción

Software desarrollado por MathsForMore de Barcelona. El programa se usa en Italia, Belgica, Paises Bajos...

En España se usa en varias comunidades autónomas Cataluña, Madrid, Andalucia...

El modelo comercial se basa en ofrecer WIRIS CAS a través de los portales educativos de diferentes administraciones que asumen los costes de la licencia y el servidor.

El software que han desarrollado es la familia Wiris:

- Wiris CAS (Sistema de Algebra Computacional): herramienta principal al Calculadora en la red.
- Wiris Desktop: Versión para instalar
- Wiris Editor: Editor de fórmulas matemáticas compatible con MathML.
- Wiris Player: Ejercicios interactivos para las editoriales.

Principales ventajas frente otros Sistemas de Algebra Computacional (Derive, Mathematica, Maple …)

a) Sencillo, aprendizaje muy rápido.
b) Siempre disponible (Internet+Java)
c) Gratuito (al menos para alumnos y profesores)
d) Genera páginas HTML interactivas.

Desventajas

a) No se tan potente como otros programas.
b) Es más incómodo a la hora de guardar documentos.

Veamos la página Wiris de la Consejería de Educación, se encuentra en :

Escribiremos expresiones matemáticas por **bloques** que el programa agrupa mediante corchetes, con **intro** añadimos otra línea al bloque, y con **Control+Intro** o el ratón calcularemos o resolveremos la expresión.

Al introducir una expresión Wiris normalmente la devolverá simplificada.

Las variables de un bloque son independientes del resto de los bloques.

Diferencia **mayúsculas y minúsculas**.

Aritmética

Wiris dispone de las operaciones habituales con números, incluidos complejos. Podemos utilizar **Control+/** $= \frac{\cdots}{\cdots}$, **Control+↑** = Potencia, **Control+↓** =Subíndice, **Control+(** = Paréntesis de tamaño variable o **Control + e, p, i** para indicar los números e, π e i

Para obtener una expresión decimal utilizaremos el **punto decimal** en alguno de los números.

La función **precisión(n)** define el número de cifras significativas de los números decimales.

Tanto para números como para polinomios podremos usar:

- Operadores + - / * (o ·)
- coc_res(,) = Cociente y resto
- coc(,)
- res(,)
- mcm(,)
- mcd(,)
- factorizar()
- primo?() *solo para números*

Para escribir un número complejo utilizaremos el botón i o la combinación de teclas **Control + i**. Para calcular el módulo utilizaremos el botón norma $\|\square\|$ o función *norma(z)* y el argumento con la función *argumento(z)*.

$$\left(1+\frac{1}{20}\right)^{20} \rightarrow \frac{278218429446951548637196401}{104857600000000000000000000}$$

$$(1+2i)^{-2} \rightarrow -\frac{3}{25}-\frac{4\cdot i}{25}$$

$$\mathrm{factorizar}(15) \rightarrow 3\cdot 5$$

$$\mathrm{factorizar}(x^3-x^2+x-1) \rightarrow (x-1)\cdot(x^2+1)$$

$$\mathrm{factorizar}(x^4-1) \rightarrow (x-1)\cdot(x+1)\cdot(x^2+1)$$

$$\mathrm{factorizar}(x\hat{}2-4x-4) \rightarrow (x+(-2\cdot\sqrt{2}-2))\cdot(x+(2\cdot\sqrt{2}-2))$$

$$\mathrm{mcm}(x^2-1,x^3-x^2+x-1) \rightarrow x^4-1$$

$$\mathrm{mcd}(x^2-1,x^3-x^2+x-1) \rightarrow x-1$$

$$\mathrm{cociente\_y\_residuo}(17,6) \rightarrow \{2,5\}$$

$$\mathrm{coc\_res}(17,6) \rightarrow \{2,5\}$$

$$17\ \underline{|6} \rightarrow 17\ \underline{|6}\quad \begin{array}{c} \ddots\ 2 \\ 5 \end{array}$$

$$\mathrm{primo?}(43051) \rightarrow \mathrm{cierto}$$

Álgebra

Podemos utilizar las siguientes funciones sobre los polinomios: **evaluar** (para calcular el valor numérico) **raíces** y **factorizar**.

$$\text{raíces}(x^2-x-6) \rightarrow \{-2,3\}$$
$$\text{factorizar}(x^3-3\cdot x^2+x-3) \rightarrow (x-3)\cdot(x^2+1)$$
$$\text{evaluar}(2\cdot x+1,3) \rightarrow 7$$

Además la función fracciones_simples permite descomponer una fracción algebraica en fracciones simples, el resultado es una lista de numerador y denominador de las fracciones.

$$\text{fracciones\_simples}\left(\frac{2\,x^2+1}{x^4-x}\right) \rightarrow \{\{-1,x\},\{1,x-1\},\{1,x^2+x+1\}\}$$

Ecuaciones y Sistemas

resolver(eq,var) resuelve la ecuación en el dominio de los reales. Para resolverlo en los complejos basta añadir el dominio CC al final **resolver(eq,var,CC).**

$$\text{resolver}(x^4=1,CC) \rightarrow \{\{x=-1\},\{x=1\},\{x=-i\},\{x=i\}\}$$
$$\text{resolver}(x^4=1,\mathbb{C}) \rightarrow \{\{x=-1\},\{x=1\},\{x=-i\},\{x=i\}\}$$

En el caso de que haya varias variables indicaremos la que queremos despejar después de una coma.

$$\text{resolver}(x+2\,y+3\,z=1,z) \rightarrow \left\{\left\{z=-\frac{1}{3}\cdot x-\frac{2}{3}\cdot y+\frac{1}{3}\right\}\right\}$$

Para resolver sistemas utilizaremos la misma función con una lista (entre llaves) de ecuaciones. Podemos añadir más líneas con Shift+Enter.

$$\text{resolver}\left(\left\{\begin{array}{l}x^2+y^2=1\\ y=2x\end{array}\right\}\right) \rightarrow \left\{\left\{x=\frac{\sqrt{5}}{5},y=\frac{2\cdot\sqrt{5}}{5}\right\},\left\{x=-\frac{\sqrt{5}}{5},y=-\frac{2\cdot\sqrt{5}}{5}\right\}\right\}$$

Si queremos especificar las variables que se despejarán las encerramos entre llaves {x,y}.

$$\text{resolver}\left(\left\{\begin{array}{l}2x+y-t=2\\ x-y+t=3\end{array}\right\}\right) \rightarrow \left\{\left\{t=y+\frac{4}{3},x=\frac{5}{3},y=y\right\}\right\}$$
$$\text{resolver}\left(\left\{\begin{array}{l}2x+y-t=2\\ x-y+t=3\end{array}\right\},\{x,y\}\right) \rightarrow \left\{\left\{x=\frac{5}{3},y=t-\frac{4}{3}\right\}\right\}$$

Análisis

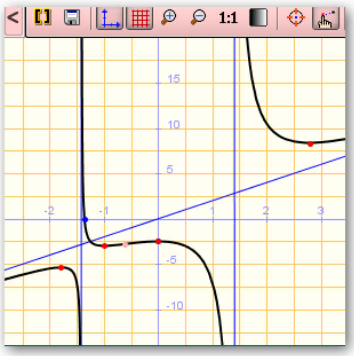
Derivar: Utilizaremos los dos botones de la pestaña Análisis o el comando *derivar(f)*. Para especificar la variable sobre la que derivamos (D. parcial) *derivar(f , var)* y para calcular la derivada n-ésima *derivar(f, n)* o *derivar(f, var, n)*.

$$\frac{\sin(x)}{1+\cos(x)}' \rightarrow \frac{\cos(x)^2+\cos(x)+\mathrm{sen}(x)^2}{\cos(x)^2+2\cdot\cos(x)+1}$$

$$\mathrm{derivar}\left(\frac{\sin(x)}{1+\cos(x)},2\right) \rightarrow \frac{2\cdot\cos(x)^2\cdot\mathrm{sen}(x)+\cos(x)\cdot\mathrm{sen}(x)+2\cdot\mathrm{sen}(x)^3-\mathrm{sen}(x)}{\cos(x)^3+3\cdot\cos(x)^2+3\cdot\cos(x)+1}$$

Para **representar** funciones utilizaremos el botón representar de la pestaña Operaciones o el comando *representar(f(x))*. Además de dibujar la función mostrará los elementos notables de la función (solo funciones sencillas): asíntotas, puntos singulares (max y min) P.C. y P.Inflexión

$$\mathrm{representar}\left(\frac{2x^3+5}{x^2-2}\right)$$



Integración definida o indefinida con los iconos o con la función integrar. Permite integrales abstractas, por ejemplo:

$$\int_a^b \frac{\frac{d\,f(x)}{d\,x}}{f(x)}\,dx \rightarrow -\ln(|f(a)|)+\ln(|f(b)|)$$

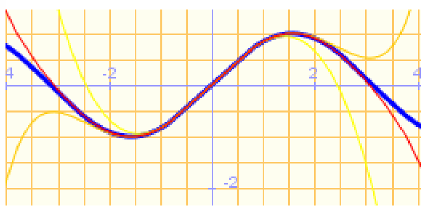
Límites a través de la pestaña Análisis. Los símbolos $\pm\infty$ se encuentran en la pestaña Símbolos.

También permite calcular los primeros términos del polinomio de Taylor:

$$\mathrm{serie\_de\_taylor}(\cos(x),x,0) \rightarrow 1-\frac{1}{2}\cdot x^2+\frac{1}{24}\cdot x^4-\frac{1}{720}\cdot x^6+\frac{1}{40320}\cdot x^8+\ldots$$

Por ejemplo:

```
f(x)=sen(x) → x↦sen(x)
dibujar(f,{color=azul,anchura_línea=3}) → tablero1
s=serie_de_taylor(f(x),x,0);
dibujar(términos(s,2),{color=amarillo}) → tablero1
dibujar(términos(s,3),{color=naranja}) → tablero1
dibujar(términos(s,4),{color=rojo}) → tablero1
```



Es posible calcular la convergencia de series y, en algunos casos, encontrar su suma.

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1} \rightarrow \frac{\pi}{4} - 1 \qquad \text{convergente?}\left(\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{k}{k^2+1}\right) \rightarrow \text{falso}$$

Objetos matemáticos, definición de identificadores y funciones

En primer lugar trataremos números, variables, polinomios y ecuaciones:

1. **Números** puedes ser enteros, racionales, irracionales (solo pi, e y las raíces) y complejos (i). Para obtener una aproximación decimal usaremos el punto decimal.
2. **Variables** Wiris identifica como variable cadenas de caracteres alfanuméricos que comiencen por una letra, por ejemplo x, x11, vel… pero no 11x. Diferencia entre minúsculas y mayúsculas. Las **variables de un bloque son independientes de los otros**.

Para darle un valor a una variable:

- Si usamos = , la variable toma el valor que tenga la expresión de la derecha del igual en aquel momento (diremos que **asignamos un valor**).
- En cambio, si usamos := la variable toma *en cada momento* el valor de la expresión a la derecha del := (diremos que **definimos el valor**).
- La diferencia entre asignar y definir reside en el momento de la evaluación del la igualdad. Observar la diferencia entre asignar y definir comparando los valores de b:

$$\begin{array}{l} a=3 \rightarrow 3 \\ b=a+1 \rightarrow 4 \\ a=100 \rightarrow 100 \\ b \rightarrow 4 \end{array} \qquad \begin{array}{l} a=3 \rightarrow 3 \\ b:=a+1 \rightarrow a+1 \\ a=100 \rightarrow 100 \\ b \rightarrow 101 \end{array}$$

- Para quitar el valor de una variable **limpiar(x)**

3. **Funciones:**

Observemos que habrá que trabajar dentro del **mismo bloque**.

Para definir una función utilizaremos := . Admiten 0, 1 o varios argumentos, además puede tener diferentes definiciones según el número de argumentos, incluso definiciones para valores concretos.

$$\begin{array}{l} f(x):=x^2-3x+2 \rightarrow x \mapsto x^2-3\cdot x+2 \\ f(1) \rightarrow 0 \\ f(y^2) \rightarrow y^4-3\cdot y^2+2 \end{array} \qquad \begin{array}{l} g(a):=a+1 \rightarrow a \mapsto a+1 \\ g(a,b):=\text{máximo}(a,b) \rightarrow (a,b) \mapsto \max(a,b) \end{array}$$

Así como definiciones según el tipo de argumento: $\begin{array}{l} f(a:\mathbb{Z}):=a+1 \rightarrow a:\mathbb{Z} \mapsto a+1 \\ f(a:\mathbb{Q}):=\frac{1}{a} \rightarrow a:\mathbb{Q} \mapsto \frac{1}{a} \end{array}$

El comando **definición** muestra las definiciones de una función.

$$\text{definición}(f) \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3 \mapsto 9 \\ a:\mathbb{Z} \mapsto a+1 \\ a:\mathbb{Q} \mapsto \frac{1}{a} \\ a \mapsto \{a,a,a\} \end{array} \right\}$$

Limpiar( ) para borrar la definición

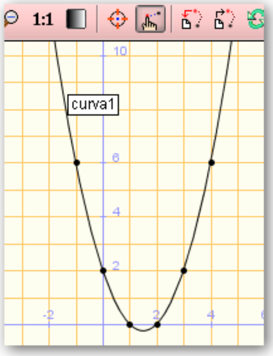
Para definir funciones definidas a trozos usaremos el comando **comprobar <booleano>** estas funciones no son elementos analíticos (se pueden evaluar pero no calcular límites, derivarlas, integrarlas ni representarlas)

miabs(x) comprobar $x\geq 0:=x$ → $x$comprobar$x\geq 0\mapsto x$
miabs(x) comprobar $x<0:=-x$ → $x$comprobar$x<0\mapsto -x$
definición(miabs) → {$x$comprobar$x\geq 0\mapsto x$, $x$comprobar$x<0\mapsto -x$}

miabs(2) → 2
miabs(−1) → 1

Ejemplo de uso de las funciones:

$f(x):=x^2-3x+2$ → $x\mapsto x^2-3\cdot x+2$
P1=punto(−1,f(−1)) → (−1,6)
P2=punto(0,f(0)) → (0,2)
P3=punto(1,f(1)) → (1,0)
P4=punto(2,f(2)) → (2,0)
P5=punto(3,f(3)) → (3,2)
P6=punto(4,f(4)) → (4,6)
dibujar({f,P1,P2,P3,P4,P5,P6}) →



4. **Polinomios** podemos usar las siguientes funciones: **evaluar** (para calcular el valor numérico) **raíces** y **factorizar**.

raíces(x^2-x-6) → $\{-2,3\}$
factorizar$(x^3-3\cdot x^2+x-3)$ → $(x-3)\cdot(x^2+1)$
evaluar$(2\cdot x+1,3)$ → 7

5. **Ecuaciones e inecuaciones:** con un signo ? al final separado por un espacio hace que Wiris evalue si es cierto o falso

Obs. Sintacticamente una ecuación se escribe con los botones de la regla de herramientas o su equivalente ==, != …, el igual simple se utiliza para asignar un valor. Según esto x=0 no debería ser una ecuación, sin embargo, si que lo reconoce así.

sen$(2\cdot x)=2\cdot$sen$(x)\cdot$cos(x) ? → cierto
$e^{a+2\cdot b}=e^{a+b}\cdot e^{b}$? → cierto

3>2 ? → cierto
3<2 ? → falso

6. **Secuencia** es una agrupación de objetos separados por comas y opcionalmente encerrados por paréntesis. $(1, 4, x, ax^2) = 1, 4, x, ax^2$
7. **Listas** es una secuencia encerrada por { }. Ejemplo $\{1, 4, x, ax^2\}$

   Comandos: **longitud** y **ordenar** (si es posible). Se pueden representar de forma vertical con Shift+Enter
8. **Vectores** es una secuencia encerrada por [ ]. Ej [-1, 0, 1]
9. **Matriz** es un vector de vectores de la misma longitud. Ej [[1, 0],[0, 1]] = $\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$

Para extraer un **elemento de una lista, vector o matriz** utilizamos el icono **subíndice** V_2 o el operador "." Por ejemplo V.2 será la segunda componente de V. También podemos usarlo para asignar valores.

$$A=\begin{pmatrix}3 & 4\\ -5 & 6\end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix}3 & 4\\ -5 & 6\end{pmatrix}$$
$$A_2 \rightarrow [-5, 6]$$
$$A_{2,2} \rightarrow 6$$

$$A=\begin{pmatrix}3 & 4\\ -5 & 6\end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix}3 & 4\\ -5 & 6\end{pmatrix}$$
$$A_2=[x, y] \rightarrow \begin{pmatrix}3 & 4\\ x & y\end{pmatrix}$$

Sobre el resto de expresiones matemáticas siempre podemos usar el comando simplificar.

$$\text{sen}(x)^2+\cos(x)^2 \rightarrow \text{sen}(x)^2+\cos(x)^2$$
$$\text{simplificar}(\text{sen}(x)^2+\cos(x)^2) \rightarrow 1$$
$$\text{simplificar}\left(\frac{\cos(x)^2}{1-\text{sen}(x)}\right) \rightarrow \text{sen}(x)+1$$

Funciones predefinidas:

Raíz cuadrada: icono , comando *raíz2( )* o *raíz_cuadrada( )*

Raíces cuadradas: comando *raíces2( )* o *raíces_cuadradas( )*

$$\sqrt{7} \rightarrow \sqrt{7}$$
$$\sqrt{12} \rightarrow 2\cdot\sqrt{3}$$
$$\sqrt{\frac{12}{5}} \rightarrow \frac{2\cdot\sqrt{15}}{5}$$
$$\text{raíz2}(25) \rightarrow 5$$

$$\text{raíces2}(9) \rightarrow \{3,-3\}$$
$$\text{raíces2}(7) \rightarrow \{\sqrt{7},-\sqrt{7}\}$$
$$\text{raíces2}(12) \rightarrow \{2\cdot\sqrt{3},-2\cdot\sqrt{3}\}$$
$$\text{raíces\_cuadradas}(25) \rightarrow \{5,-5\}$$

Raíz n-ésima: icono o *raíz(, n)*

Raices n-ésimas para **complejos** *raíces(, n)*

$$\sqrt[3]{125} \rightarrow 5$$
$$\sqrt[4]{7} \rightarrow \sqrt[4]{7}$$
$$\sqrt[3]{-8} \rightarrow -2$$
$$\sqrt[3]{16} \rightarrow 2\cdot\sqrt[3]{2}$$
$$\text{raíz}(1,3) \rightarrow 1$$

$$\text{raíces}(125,3) \rightarrow \left\{5,-\frac{5}{2}+\frac{5\cdot\sqrt{3}\cdot i}{2},-\frac{5}{2}-\frac{5\cdot\sqrt{3}\cdot i}{2}\right\}$$
$$\text{raíces}(7,4) \rightarrow \{\sqrt[4]{7},\sqrt[4]{7}\cdot i,-\sqrt[4]{7},-\sqrt[4]{7}\cdot i\}$$
$$\text{raíces}(16,3) \rightarrow \{2\cdot\sqrt[3]{2},-\sqrt[3]{2}+\sqrt[6]{108}\cdot i,-\sqrt[3]{2}-\sqrt[6]{108}\cdot i\}$$

Trigonométricas: sen( ), cos( ), tan( ), el argumento de estas funciones se supone expresado en radianes. Si queremos usar grados, lo podemos hacer mediante el símbolo º, que se encuentra en la pestaña de Unidades.

Las inversas son asen, acos, atan que devuelven radianes. Usar función *convertir* para pasar a grados.

$$\text{atan}(1) \rightarrow \frac{\pi}{4}$$
$$\text{convertir}(\text{atan}(1),^{\circ}) \rightarrow 45.^{\circ}$$

Exponencial:

$$\exp(2) \rightarrow e^{2}$$
$$e^{2i} \rightarrow -0.41615+0.9093\cdot i$$
$$e^{4}\cdot e^{-6} \rightarrow \frac{1}{e^{2}}$$

Logaritmos **ln** y **log** Si los comandos anteriores reciben un único argumento, calcularan el logaritmo neperiano y decimal, respectivamente. Si log recibe dos argumentos a y b, calcula el logaritmo de a en base b.

$Log_b(a)$ calcula el logaritmo de a en base b. Es equivalente a *log(a,b)*.

$$\log(12345) \rightarrow 4.0915$$
$$\log(7^{3},7) \rightarrow 3.$$
$$\log(2,10) \rightarrow 0.30103$$
$$\log_{10}(1000) \rightarrow 3.$$

Valor absoluto: icono o comando *absoluto( )*

Comando *signo()*

Máximo comandos *máximo* o *max* sobre secuencia, lista o vector.

Mínimo análogamente.

Algebra lineal

Podemos realizar las operaciones habituales +,-,* (o ·) entre vectores y matrices.

Cuidado por que si intentamos multiplicar una matriz por un vector fila, en este orden, Wiris considerará el vector como a una columna, siempre que esto permita realizar la multiplicación, llevando a cabo multiplicaciones imposibles.

$$\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}\cdot[[1],[0]] \rightarrow \begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$$

$$[1,0]^T \rightarrow \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}\cdot[1,0]^T \rightarrow \begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$$

Multiplicación imposible :

$$\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}\cdot[1,0] \rightarrow [1,3]$$

Producto por escalares operador * o ·

Producto escalar operador * o · , o icono <0,0>

$$\langle[a,b,c,d],[x,y,z,v]\rangle \rightarrow a\cdot x+b\cdot y+c\cdot z+d\cdot v$$

$$[1,2,-1]\cdot[5,3,2] \rightarrow 9$$

$$[1,x,7]\cdot[y,-5,7] \rightarrow -5\cdot x+y+49$$

Producto vectorial: icono x o comando *producto_vectorial(v,u)*

Inverso icono $^{-1}$ o comando *inverso(M)*

Potencia icono $\square^{\square}$ o comando ^

Longitud( ) sobre vectores da nº de componentes, sobre matrices da nº de filas.

Dimensiones(m) devuelve secuencia con filas, columnas de la matriz

Transponer icono ^{T} o comando *transponer( )*

Independencia lineal comando *linealmente_independientes?(, , ,)*

Determinante comando *determinante( )* o botón $|\square|$

Menor comando *menor(Matriz, i, j):*

$$A=\begin{pmatrix}2&0&0\\-1&1&0\\2&4&3\end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix}2&0&0\\-1&1&0\\2&4&3\end{pmatrix}$$

$$\text{menor}(A,1,2) \rightarrow -3$$

Rango comando *rango( ).*

Reglas y sustituciones

Mediante las **reglas** podemos realizar **sustituciones de variables o patrones** en expresiones. Se construyen como una lista de objetos del tipo **{x:⇒y, …} (**expresión**)**

$$\text{evaluar}(x^2-4x+4,2) \rightarrow 0$$

$$\{x:\Rightarrow 2\}\,(x^2-4x+4) \rightarrow 0$$

$$R=\{x^2:\Rightarrow z, x^4:\Rightarrow z^2\} \rightarrow \{x^2\Rightarrow z, x^4\Rightarrow z^2\}$$

$$R\,x^4-13\cdot x^2+36 \rightarrow -13\cdot x^2+z^2+36$$

$$R(x^4-13\cdot x^2+36) \rightarrow z^2-13\cdot z+36$$

$$x^2=z$$

$$(x^4-13\cdot x^2+36) \rightarrow x^4-13\cdot x^2+36$$

$$x=\sqrt{z} \rightarrow \sqrt{z}$$

$$(x^4-13\cdot x^2+36) \rightarrow z^2-13\cdot z+36$$

Geometría

Objetos geométricos

Veamos qué **objetos geométricos** dispone Wiris, y como podemos manejarlos:

1. **punto**(,) construye el punto en el plano, o en el espacio con punto(, ,).

Nota: escribir simplemente **(1,3) no significa "nada"** para Wiris, es necesario anteponer punto(1,3).

P=punto(1,3) → (1,3)
dibujar(P,{color=azul})

2. **recta**( ) construye la recta, admite varios argumentos:

    a. dos puntos de la recta (podemos usar el icono )
    b. un punto(,) y un vector director [,]
    c. una ecuación de la recta
    d. un punto y un número real (pendiente)

Si **r** es una recta podemos calcular las **pendiente**(r), **vector**(r) y **punto**(r)

recta(y=2x+1) → $y=2\cdot x+1$
recta(punto(0,1),punto(2,3)) → $y=x+1$
recta(punto(2,9),[2,1]) → $y=\frac{1}{2}\cdot x+8$

r=recta(punto(0,1),punto(2,3)) → $y=x+1$
pendiente(r) → 1
vector(r) → [2,2]

En el caso de rectas en el espacio Wiris también puede construirlas como intersección de planos:

recta(punto(0,0,0),punto(1,1,1)) → $-x+z=0\cap -x+y=0$
recta(punto(0,0,0),[1,1,1]) → $-x+z=0\cap -x+y=0$
recta(y=2x+1,z=0) → $2\cdot x-y+1=0\cap z=0$

3. **segmentos(,)**

s=segmento(punto(0,1),punto(2,3)) → (0,1) − (2,3)
s_1 → (0,1)

4. **plano( )** Construye el plano a partir de:

    a) tres puntos
    b) un punto y un vector director
    c) un punto y dos vectores
    d) una equacion lineal

plano(punto(1,0,0),punto(2,1,−2),punto(1/3,1/3,1/3)) → $x+y+z-1=0$
plano(punto(1,0,0),[1,1,1]) → $x+y+z-1=0$
plano(punto(0,0,0),[1,0,0],[0,1,0]) → $z=0$
plano(x+y+z=1) → $x+y+z-1=0$

5. **circunferecia(,)** = cfr(,) → Observar los iconos de la barra de herramientas Geometría.

6. **cónica(,)** → Observar el icono de la barra de herramientas Geometría.
7. **triángulo(,)** → Observar el icono de la barra de herramientas Geometría.
8. **polígono(,)** → Observar el icono de la barra de herramientas Geometría.
9. **poligonal(,)** → Observar el icono de la barra de herramientas Geometría.
10. **poliedro**(n,R) → Observar el icono de la barra de herramientas Geometría.

Funciones geométricas

Se aplican sobre los objetos anteriores.

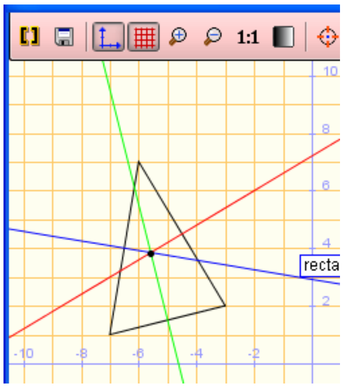
1. **distancia**( ) entre dos puntos, un **punto y una recta** o un punto y una circunferencia. En el caso del espacio también se puede calcular la **distancia a planos**.

distancia(punto(2,3),punto(5,6)) → $3\cdot\sqrt{2}$
distancia(punto(4,5),y=8) → 3
distancia(punto(−3,0),cfr(punto(5,0),7)) → 1

distancia(punto(4,5,2),2x−y=0) → $\frac{3\cdot\sqrt{5}}{5}$

2. **punto_medio(,)** entre dos puntos o de un segmento
3. **mediatriz(,)** de un segmento, de dos puntos, o incluso de un triangulo, indicando en este caso el (número) del lado

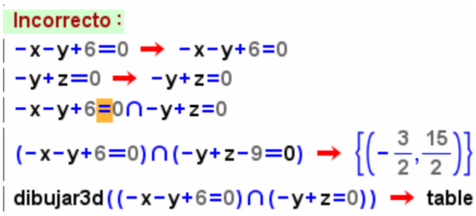
T=triángulo(punto(−7,1),punto(−3,2),punto(−6,7))
(−7,1)-(−3,2)-(−6,7)
mediatriz(T,1) → $y=-\frac{1}{6}\cdot x+\frac{35}{12}$
dibujar(T) → tablero1
dibujar(mediatriz(T,1),{color=azul}) → tablero1
dibujar(mediatriz(T,2),{color=verde}) → tablero1
dibujar(mediatriz(T,3),{color=rojo}) → tablero1
dibujar(circuncentro(T)) → tablero1

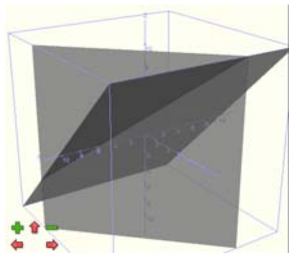


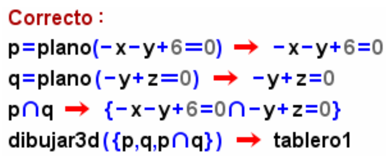
4. **bisectriz(,)** Podemos calcular la bisectriz de:
   a) dos rectas que se corten
   b) tres puntos no alineados (definen un ángulo).
   c) ángulo de un triángulo

5. **altura(Triang, i)** altura por el vértice i del triángulo.
6. **mediana**[1]**(Triang, i)** mediana del vértice i del triángulo.
7. **area(obj_cerrado)** de triángulo, polígono, circunferencia o elipse.
8. **perímetro( )** de triángulo, polígono o circunferencia.
9. **angulo(,)** entre dos rectas o dos vectores o triángulo indicando el (número del) vértice
10. **angulo3d(,)** entre dos planos en el espacio o de triángulos en el espacio.
11. **intersecar(,)** símbolo ∩ devuelve una lista con los elementos que formen la intersección de los dos objetos geométricos que recibe como argumentos.

Observar que previamente debemos construir los objetos geométricos, es decir, no basta con escribir su ecuación.







12. **paralelas(**recta, P**)** recta paralela a r por P.
13. **perpendiculares(**recta, P**)** recta paralela a r por P En le espacio también se puede aplicar a planos dando la recta perpendicular por P.

Otras funciones: simetría, traslación, rotación u homotecia.

Gráficos2d

dibujar un objeto: **dibujar2d(d:Dibujable)** donde dibujable puede ser: Punto, Recta, Circunferencia, Segmento, Triángulo, Poligonal, Función, Curva o Caja_de_texto. Cuando d sea un identificador (variable) en principio la función dibujar el objeto, pero si este cambia se actualizará el dibujo.

Dibujar una función: **dibujar2d(f(x))**

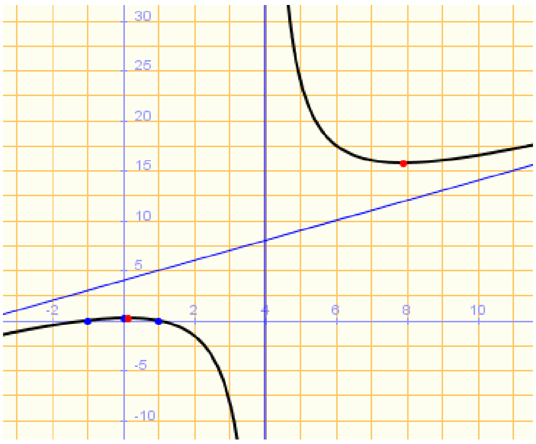
- dibujar2d(f(x),x)
- dibujar2d(f(x),x,a:Real,b:Real)
- dibujar2d(f(x),x,r:Recorrido) donde **recorrido** es de la forma a..b
- Se puede omitir la x si no hay confusión.

Dibujar ecuación: **dibujar2d(ec:Ecuación)** las ecuaciones admitidas son **recta, circunferencia y cónica**. (no se puede especificar el intervalo en el eje X)

Observación: La función **punto( )** admite muchos tipos de argumentos diferentes: rectas, vectores, segmentos…

representar(…) dibuja la gráfica y los elementos notables de la función: asíntotas, puntos singulares (max y min) P.C. y P.Inflexión. …

$$\text{representar}\left(\frac{x^2-1}{x-4},x\right)$$

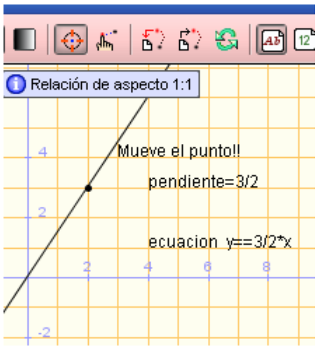


escribir2d(texto,P:punto) es una manera rápida de escribir texto (cajas de texto)

Ejemplo de Interactividad: Arrastrar puntos

El siguiente ejemplo muestra la ecuación y la pendiente de una recta y además permite arrastrar el punto para ver como varían estas:

```
Mover el punto y ver la pendiente
P=punto(2,3) ➞ (2,3)
r:=recta(punto(0,0),P) ➞ recta(punto(0,0),P)
dibujar2d({P,r}) ➞ tablero1
escribir("Mueve el punto!!",P+[1,1]) ➞ tablero1
escribir("pendiente="|pendiente(r),P+[2,0]) ➞ '
escribir("ecuacion "|r,P+[2,-2]) ➞ tablero1
```



Tableros

Los comandos **dibujar2d, representar o escribir2d** pueden recibir como primer argumento, y de manera opcional, el **tablero** de dibujo dónde queremos que se haga la representación (se puede controlar el tamaño, centro …)

```
T1=tablero2d(punto(0,0),2000,2000) ➞ tablero1
dibujar2d(T1,punto(35,50)) ➞ tablero1
```

El tablero recuerda los dibujos que se han dibujado en él, y si cambian (dentro del mismo bloque) los **redibuja**.

Si los objetos se definen (:=) en lugar de asignan (=) se pueden modificar en el tablero, por ejemplo, arrastrándolos.

Gráficos3d

dibujar3d(d:dibujable)

dibujar3d(f(x,y), x, y) = dibujar3d(f(x,y))

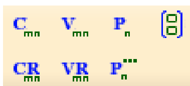
dibujar3d(eq:ecuación) para planos ej dibujar3d(3x+3y-z=0)

Curva en paramétricas dibujar3d({x(t), y(t), z(t)}, t, t_o, t_f) o dibujar3d({x(t), y(t), z(t)}, t, rango)

escribir3d

tablero3d

Combinatoria

Permite calcular  en el modo habitual. Además el primer argumento puede ser el primer argumento de estos comandos también puede ser uno conjunto (expresado como una lista, con llaves, o como un vector, con corchetes), y en tal caso el comando devuelve la correspondiente lista de selecciones combinatorias del conjunto. (Para wiris los elementos de una lista o vector son diferentes).

combinaciones({a,b,c,d},2) → {{a,b},{a,c},{a,d},{b,c},{b,d},{c,d}}

$C_{4,2}$ → 6

P_{20} → 2432902008176640000

Estadística

Tiene las funciones habituales sobre listas .

Progresiones

Detecta las progresiones constantes, aritméticas, geométricas y polinómicas (geométricas de grado superior).